

**ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТУРНИР - 2025. МАТЕМАТИКА.**

**ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, КРИТЕРИИ**

**Вариант 1**

1. Решите неравенство  $\frac{2(x-3)}{x^2-6x+5} \geq \frac{3-x}{x-1}$ .

**Решение:**

$$\frac{2(x-3)}{x^2-6x+5} \geq \frac{3-x}{x-1} \Rightarrow \frac{2(x-3)}{x^2-6x+5} - \frac{3-x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{2(x-3)}{(x-1) \cdot (x-5)} + \frac{x-3}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x-1} \cdot \left(\frac{2}{x-5} + 1\right) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{2+x-5}{x-5} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{x-3}{x-5} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)^2}{(x-1) \cdot (x-5)} \geq 0$$

Получившееся неравенство равносильно совокупности

$$\begin{cases} (x-3)^2=0 \\ (x-1) \cdot (x-5) \neq 0 \\ (x-1) \cdot (x-5) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup \{3\} \cup (5, +\infty).$$

Так же получившееся неравенство  $\frac{(x-3)^2}{(x-1) \cdot (x-5)} \geq 0$  можно решить, применяя метод интервалов.

**Ответ:**  $x \in (-\infty, 1) \cup \{3\} \cup (5, +\infty)$ .

**Критерии оценивания задания 1**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Верно получен ответ, отличающийся от правильного исключением точки 3
5	Получен неверный ответ из-за <b>одной</b> вычислительной ошибки, существенно не повлиявшей на ответ, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения
4	Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения
3	Верно выполнены все действия, приводящие к определению промежутков (метод интервалов или совокупность систем), но множество значений для ответа выбрано неверно (в результате ошибки в знаках и т.п.)
2	Сделан верный переход от исходного неравенства к дробно рациональному неравенству или совокупности систем, но дальнейшее решение неверно или отсутствует
1	При решении неравенства в ответ включены точки, не входящие в область допустимых значений неравенства
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют

2. Вычислите значение выражения  $(\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{11 - 2\sqrt{30}}$ .

**Решение:**

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} &= (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6 + 5 - 2\sqrt{5 \cdot 6}} = (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{\sqrt{6}^2 - 2\sqrt{5 \cdot 6} + \sqrt{5}^2} = \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2} = (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot |\sqrt{6} - \sqrt{5}| = (\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{5}) = 6 - 5 = 1 \end{aligned}$$

**Ответ:** 1.

**Критерии оценивания задания 2**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ

6	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, существенно не повлиявшей на ответ, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения, в частности верно выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях и верно извлечен квадратный корень
5	Если выражение сведено к сумме двух корней и один из них вычислен верно, а второй неверно
4-3	Получен неверный ответ из-за ошибки в раскрытии модуля при извлечении квадратного корня, при этом верно выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях
3-2	Верно выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях, но дальнейшее решение/продвижение отсутствует
1	Есть попытки выделить полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях, не приведшие к успеху
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют

3. Задайте формулой квадратичную функцию, если её наибольшее значение равно 2, а её график проходит через точки с координатами  $A(0; -2)$  и  $B(1; 1)$ .

**Решение:**

Уравнение квадратичной функции имеет вид  $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$A(0; -2) \in f(x) \Rightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -2 \Rightarrow c = -2$$

$$B(1; 1) \in f(x) \Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

Наибольшее значение квадратичной функции равно 2  $\Rightarrow$  график функции - парабола, ветви которой направлены вниз, т.е.  $a < 0$ , и наибольшее значение функция принимает в вершине параболы  $\Rightarrow$

$$x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} \text{ и } y_{\text{верш}} = 2 = a \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + c \Rightarrow \frac{b^2}{4a} = c - 2.$$

В итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} c = -2 \\ a + b + c = 1 \\ \frac{b^2}{4a} = c - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a + b = 3 \\ \frac{b^2}{4a} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a = 3 - b \\ \frac{b^2}{4(3-b)} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a = 3 - b \\ b^2 - 16b + 48 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a = 3 - b \\ [b_1 = 4 \text{ или } b_2 = 12] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} c = -2 \\ a_1 = -1 \text{ или } a_2 = -9 \\ [b_1 = 4 \text{ или } b_2 = 12] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1(x) = -x^2 + 4x - 2 \\ f_2(x) = -9x^2 + 12x - 2 \end{cases}$$

Или для составления третьего уравнения квадратичную функцию можно представить в виде

$$f(x) = a \left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

**Ответ:**  $f_1(x) = -x^2 + 4x - 2$ ,  $f_2(x) = -9x^2 + 12x - 2$ .

**Критерии оценивания задания 3**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6 - 5	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки/ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (ошибки в формулах для квадратичной функции, при решении квадратных уравнений не являются вычислительными ошибками).
4 - 3	Верно составлена система уравнений для нахождения квадратичной функции, получен ответ, неверный из-за ошибок в формулах для решения квадратного уравнения Или верно получен один из ответов

3	Верно составлена система уравнений для нахождения квадратичной функции, но ответ не получен
2-1	Часть уравнений для нахождения квадратичной функции составлена верно
0	Решение отсутствует или решение неверное, продвижения отсутствуют.

4. У трехзначного числа  $A$  зачеркнули цифру единиц и получили число  $B$ . Известно, что если число  $B$  умножить на 17, то получится число, которое на 150 больше числа  $A$ . Найдите число  $A$ .

**Решение:**

Трехзначное число  $A$  запишем в виде  $A = \overline{abc} = 100a + 10b + c$ , тогда число  $B$  имеет вид  $B = \overline{ab} = 10a + b$ . По условию задачи  $B \cdot 17 = A + 150 \Rightarrow (10a + b) \cdot 17 = (100a + 10b + c) + 150 \Rightarrow$

$$70a + 7b = c + 150 \Rightarrow 7 \cdot (10a + b) = c + 150 \Rightarrow 7 \cdot B = c + 150 = c + 21 \cdot 7 + 3 \Rightarrow$$

$B = 21 + \frac{c+3}{7} \Rightarrow$  поскольку число  $B$  целое, то  $(c + 3)$  должно нацело делиться на 7  $\Rightarrow$  так как  $c$  – цифра, то  $c = 4 \Rightarrow B = 21 + 1 = 22 \Rightarrow A = 224$ .

**Ответ:**  $A = 224$ .

**Критерии оценивания задания 4 (вариант 1-2)**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Получен правильный ответ, но решение содержит незначительные погрешности, некоторые переходы не обоснованы, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений
5 - 4	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки/ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ , верно составлено уравнение, замечена делимость на 7 (6))
3 - 2	Ответ не получен или получен неверный ответ, но имеются продвижения в решении (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ и/или верно составлено уравнение и/или замечена делимость на 7 (6))
1	Дан только верный ответ, решение не обосновано или не приведено.
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют.

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На сторонах  $AB$  и  $BC$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM:MB = BN:NC = 2:1$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 6$ ,  $MN = 4$ .

**Решение:**

1. Опустим из точки  $M$  перпендикуляр  $MH$  на сторону  $BC \Rightarrow \Delta BMH \sim \Delta BAC$  по двум углам ( $\angle B$  – общий,  $\angle MHB = \angle ACB = 90^\circ$ ) и коэффициент подобия треугольников  $k = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{3} \Rightarrow$

из подобия треугольников получаем, что  $\frac{MH}{AC} = \frac{BH}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{3} \Rightarrow$

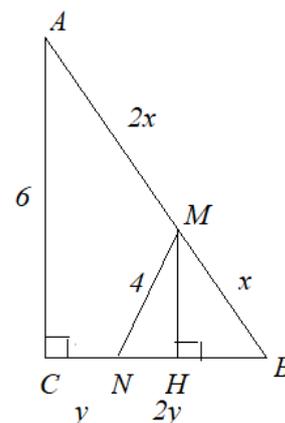
$MH = \frac{1}{3}AC = 2$  и  $BH = \frac{1}{3}BC$ , и, так как по условию задачи  $CN = \frac{1}{3}BC$ , то

$$BH = CN = NH = \frac{1}{3}BC \Rightarrow BC = 3NH.$$

2. В прямоугольном треугольнике  $\Delta MHN$  по теореме Пифагора имеем:  $NH^2 = MN^2 - MH^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow NH = 2\sqrt{3} \Rightarrow$  катет  $BC = 3NH = 6\sqrt{3}$ .

3. Площадь  $\Delta ABC$ :  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $S_{\Delta ABC} = 18\sqrt{3}$ .



**Критерии оценивания задания 5**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Обоснованно получен правильный ответ, но решение содержит незначительные погрешности, некоторые переходы не обоснованы, но может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений
5	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ из-за подмены условий задачи (расстановка точек на сторонах треугольника), Но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (неверное применение теоремы Пифагора, подобия треугольников и нахождение коэффициента подобия – не являются вычислительными ошибками)
4 - 1	Ответ не получен или получен неверный ответ, но имеются продвижения в решении (за каждый пункт +1 балл): - сделано дополнительное построение (перпендикуляр из точки на катет треугольника) - доказано подобие треугольников и верно найден коэффициент подобия треугольников - верно найдена длина дополнительного перпендикуляра - верно применена теорема Пифагора
1	Имеются некоторые продвижения в решении, но преобразования и выводы содержат существенные ошибки или не доведены до конца
0	Решение отсутствует ИЛИ Решение неверное, продвижения отсутствуют

**Вариант 2****(Критерии оценивания такие же, как для варианта 1)**

1. Решите неравенство  $\frac{2(x-1)}{x^2-x-6} \geq \frac{1-x}{x+2}$ .

**Ответ:**  $x \in (-\infty, -2) \cup \{1\} \cup (3, +\infty)$ .

2. Вычислите значение выражения  $(\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$ .

**Ответ:** 5.

3. Задайте формулой квадратичную функцию, если её наименьшее значение равно  $(-2)$ , а её график проходит через точки с координатами  $A(0; 2)$  и  $B(1; -1)$ .

**Ответ:**  $f_1(x) = x^2 - 4x + 2$ ,  $f_2(x) = 9x^2 - 12x + 2$ .

4. У трехзначного числа  $A$  зачеркнули цифру единиц и получили число  $B$ . Известно, что если число  $B$  умножить на 16, то получится число, которое на 188 больше числа  $A$ . Найдите число  $A$ .

**Ответ:**  $A = 324$ .

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На сторонах  $AB$  и  $BC$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM:MB = BN:NC = 2:1$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 6$ ,  $MN = 4$ .

**Ответ:**  $18\sqrt{3}$ .

### Вариант 3

1. Решите неравенство  $\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq \frac{2-x}{x-1}$ .

**Решение:**

$$\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq \frac{2-x}{x-1} \Rightarrow \frac{x-2}{x^2-4x+3} - \frac{2-x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{(x-1) \cdot (x-3)} + \frac{x-2}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x-1} \cdot \left(\frac{1}{x-3} + 1\right) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{1+x-3}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{x-2}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{(x-1) \cdot (x-3)} \geq 0$$

Получившееся неравенство равносильно совокупности

$$\begin{cases} (x-2)^2=0 \\ (x-1) \cdot (x-3) \neq 0 \\ (x-1) \cdot (x-3) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup \{2\} \cup (3, +\infty).$$

Так же получившееся неравенство  $\frac{(x-2)^2}{(x-1) \cdot (x-3)} \geq 0$  можно решить, применяя метод интервалов.

**Ответ:**  $x \in (-\infty, 1) \cup \{2\} \cup (3, +\infty)$ .

#### Критерии оценивания задания 1

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Верно получен ответ, отличающийся от правильного исключением точки 3
5	Получен неверный ответ из-за <b>одной</b> вычислительной ошибки, существенно не повлиявшей на ответ, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения
4	Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения
3	Верно выполнены все действия, приводящие к определению промежутков (метод интервалов или совокупность систем), но множество значений для ответа выбрано неверно (в результате ошибки в знаках и т.п.)
2	Сделан верный переход от исходного неравенства к дробно рациональному неравенству или совокупности систем, но дальнейшее решение неверно или отсутствует
1	При решении неравенства в ответ включены точки, не входящие в область допустимых значений неравенства
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют

2. Вычислите значение выражения  $(2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$ .

**Решение:**

$$\begin{aligned} (2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} &= (2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{4 + 7 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7}} = (2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7}^2} = \\ &= (2 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} = (2 + \sqrt{7}) \cdot |\sqrt{7} - 2| = (2 + \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{7} - 2) = 7 - 4 = 3 \end{aligned}$$

**Ответ:** 3.

#### Критерии оценивания задания 2

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, существенно не повлиявшей на ответ, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения, в частности верно

	выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях и верно извлечен квадратный корень
5	Если выражение сведено к сумме двух корней и один из них вычислен верно, а второй неверно
4-3	Получен неверный ответ из-за ошибки в раскрытии модуля при извлечении квадратного корня, при этом верно выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях
3-2	Верно выделен полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях, но дальнейшее решение/продвижение отсутствует
1	Есть попытки выделить полный квадрат в подкоренном выражении/выражениях, не приведшие к успеху
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют

3. Задайте формулой квадратичную функцию, если её значения при  $x = 4$  и при  $x = -1$  совпадают, её наибольшее значение равно 5, а её график содержит точку с координатами (2; 3).

**Решение:**

Уравнение квадратичной функции имеет вид  $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$A(2; 3) \in f(x) \Rightarrow a \cdot 4 + b \cdot 2 + c = 3$$

Наибольшее значение квадратичной функции равно 5  $\Rightarrow$  график функции - парабола, ветви которой направлены вниз, т.е.  $a < 0$ , и наибольшее значение функция принимает в вершине параболы  $\Rightarrow$

$$x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} \text{ и } y_{\text{верш}} = 5 = a \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + c \Rightarrow \frac{b^2}{4a} = c - 5.$$

Значения функции при  $x = 4$  и при  $x = -1$  совпадают, значит  $x_{\text{верш}} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} = \frac{-b}{2a}$ .

В итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 3 \\ \frac{b^2}{4a} = c - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3a \\ -2a + c = 3 \\ \frac{9a}{4} = c - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3a \\ c = 3 + 2a \\ \frac{9a}{4} + 5 = 3 + 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3a \\ c = 3 + 2a \\ \frac{a}{4} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 24 \\ c = -13 \\ a = -8 \end{cases} \Rightarrow$$

**Ответ:**  $f(x) = -8x^2 + 24x - 13$ .

### Критерии оценивания задания 3

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6-5	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки/ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (ошибки в формулах для квадратичной функции, для координат вершины параболы не являются вычислительными ошибками).
4-3	Верно составлена система уравнений для нахождения квадратичной функции, есть продвижения в решении системы, но ответ не получен (баллы выставляются в зависимости от продвижения в решении системы)
2-1	Часть уравнений для нахождения квадратичной функции составлены верно (баллы выставляются в зависимости от количества верно составленных уравнений системы)
0	Решение отсутствует или решение неверное, продвижения отсутствуют.

4. У трехзначного числа  $A$  зачеркнули цифру единиц и получили число  $B$ . Известно, что если число  $B$  умножить на 7, то получится число, которое на 101 меньше числа  $A$ . Найдите все возможные варианты для числа  $A$ .

**Решение:**

Трехзначное число  $A$  запишем в виде  $A = \overline{abc} = 100a + 10b + c$ , тогда число  $B$  имеет вид  $B = \overline{ab} = 10a + b$ . По условию задачи  $B \cdot 7 = A - 101 \Rightarrow (10a + b) \cdot 7 = (100a + 10b + c) - 101 \Rightarrow$

$$70a + 7b = 100a + 10b + c - 101 \Rightarrow 30a + 3b = 101 - c \Rightarrow 3(10a + b) = 101 - c \Rightarrow 3 \cdot B = 101 - c = 102 - (c + 1) \Rightarrow$$

$$B = 34 - \frac{c+1}{3} \Rightarrow \text{поскольку число } B \text{ целое, то } (c + 1) \text{ должно нацело делиться на } 3 \Rightarrow \text{так как}$$

$c$  – цифра, то возможны 3 случая:

$$1) c = 2 \Rightarrow B = 34 - 1 = 33 \Rightarrow A = 332;$$

$$2) c = 5 \Rightarrow B = 34 - 2 = 32 \Rightarrow A = 325;$$

$$3) c = 8 \Rightarrow B = 34 - 3 = 31 \Rightarrow A = 318.$$

**Ответ:**  $A = \{318; 325; 332\}$ .

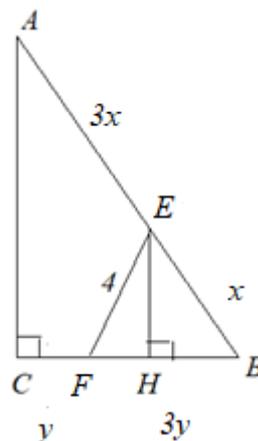
**Критерии оценивания задания 4 (вариант 3-4)**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Верно найдены только два значения для числа $A$ , но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ , верно составлено уравнение, замечена делимость на 3 (4)) ИЛИ Получен правильный ответ, но решение содержит незначительные погрешности, некоторые переходы не обоснованы, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений
5 - 4	Верно найдено только одно значение для числа $A$ , но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ , верно составлено уравнение, замечена делимость на 3 (4)) ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки/ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ , верно составлено уравнение, замечена делимость на 3 (4))
3 - 2	Ответ не получен или получен неверный ответ, но имеются продвижения в решении (верно записана десятичная запись чисел $A$ и $B$ и/или верно составлено уравнение и/или замечена делимость на 3 (4))
1	Дан только верный ответ, решение не обосновано или не приведено.
0	Решение отсутствует ИЛИ решение неверное, продвижения отсутствуют.

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На сторонах  $AB$  и  $BC$  расположены соответственно точки  $E$  и  $F$  так, что  $AE:EB = BF:FC = 3:1$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $EF = 4$ ,  $\angle BFE = 30^\circ$ .

**Решение:**

- Опустим из точки  $E$  перпендикуляр  $EH$  на сторону  $BC \Rightarrow \Delta BEH \sim \Delta BAC$   
по двум углам ( $\angle B$  – общий,  $\angle EHB = \angle ACB = 90^\circ$ )



и коэффициент подобия треугольников  $k = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow$

из подобия треугольников получаем, что  $\frac{EH}{AC} = \frac{BH}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow$   
 $AC = 4EH = 8$  и  $BH = \frac{1}{4}BC$ , и, так как по условию задачи  $CF = \frac{1}{4}BC$ , то  
 $FH = BC - BH - CF = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2FH$ .

2. В прямоугольном треугольнике  $\triangle EHF$  катет  $EH$  лежит напротив угла  $30^\circ \Rightarrow EH = \frac{1}{2}EF =$

2. Далее, по теореме Пифагора имеем:  $FH^2 = EF^2 - EH^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow FH = 2\sqrt{3} \Rightarrow$  катет  
 $BC = 2FH = 4\sqrt{3}$ .

3. Площадь  $\triangle ABC$ :  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $16\sqrt{3}$ .

### Критерии оценивания задания 5

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное обоснованное решение, при котором получен правильный ответ
6	Обоснованно получен правильный ответ, но решение содержит незначительные погрешности, некоторые переходы не обоснованы, но может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений
5	Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ из-за подмены условий задачи (расстановка точек на сторонах треугольника), Но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения (неверное применение теоремы Пифагора, подобия треугольников и нахождение коэффициента подобия – не являются вычислительными ошибками)
4 - 1	Ответ не получен или получен неверный ответ, но имеются продвижения в решении (за каждый пункт +1 балл): - сделано дополнительное построение (перпендикуляр из точки на катет треугольника) - доказано подобие треугольников и верно найден коэффициент подобия треугольников - верно найдена длина дополнительного перпендикуляра - верно применена теорема Пифагора
1	Имеются некоторые продвижения в решении, но преобразования и выводы содержат существенные ошибки или не доведены до конца
0	Решение отсутствует ИЛИ Решение неверное, продвижения отсутствуют

### Вариант 4

(Критерии оценивания такие же, как для варианта 3)

1. Решите неравенство  $\frac{x-1}{x^2-x-2} \geq \frac{1-x}{x+1}$ .

**Ответ:**  $x \in (-\infty, -1) \cup \{1\} \cup (2, +\infty)$ .

2. Вычислите значение выражения  $(\sqrt{7} + 3) \cdot \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$ .

**Ответ:** 2.

3. Задайте формулой квадратичную функцию, если её значения при  $x = 3$  и при  $x = -2$  совпадают, её наименьшее значение равно  $(-5)$ , а её график содержит точку с координатами  $(2; 4)$ .

**Ответ:**  $f(x) = 4x^2 - 4x - 4$ .

4. У трехзначного числа  $A$  зачеркнули цифру единиц и получили число  $B$ . Известно, что если число  $B$  умножить на 6, то получится число, которое на 97 меньше числа  $A$ . Найдите все возможные варианты для числа  $A$ .

**Ответ:**  $A = \{229; 235; 241\}$ .

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На сторонах  $AB$  и  $BC$  расположены соответственно точки  $K$  и  $M$  так, что  $AK:KB = BM:MC = 3:1$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 12$ ,  $\angle BMK = 30^\circ$ .

**Ответ:**  $36\sqrt{3}$ .